電気電子情報工学実験II (b)
実践的・競技プログラミング 第3回

しゃくとり法

廣田悠輔 *)
*) y-hirota@u-fukui.ac.jp

はじめに

- 競技プログラミングで頻出のテクニックであるしゃくとり法について解説する.
- 不必要な探索を回避することで効率的な探索を実現するテクニックである.

問題例

問題文（POJ No. 3061）
※ 和訳は「プログラミングコンテストチャレンジブック 第2版」の第3-2節より）

　長さ n の数列 $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ と整数 S が与えられます． 連続する部分列で，その総和が S 以上となるようなもののうち，最小の長さを求めなさい．解が存在しない場合は 0 を出力しなさい．

制約

- $10 < n < 10^5$
- $0 < a_i \leq 10^4 \quad (i = 0, 1, \dots, n-1)$
- $S < 10^8$

例（$n = 9$, $S = 20$）[1/2]

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
3	4	5	10	2	9	6	3	5

- ✓ $n = 9$ の項からなる数列の部分列を取り出し，$S = 20$ 以上の値となるようにする.
- ✓ そのような部分列の中で長さが最小のものの長さを答える.

例（$n=9$, $S=20$） [2/2]

（部分列の例 1）部分列 a_2, a_3, a_4 の場合

3	4	5	10	2	9	6	3	5

総和 17

$S=20$ 未満であり条件を満たさない.

（部分列の例 2）部分列 a_5, a_6, a_7, a_8 の場合

3	4	5	10	2	9	6	3	5

総和 23

$S=20$ 以上であり条件を満たす.

- ✓ 部分列の例 2 のように条件を満たす部分列のうち，部分列の長さが最小のものの長さを答える.

愚直な方法

- 部分列の開始位置と終了位置の選び方すべてについて，それぞれの総和を求め，条件をみたす部分列の長さの最小値を答える.

✓ 計算量の概算

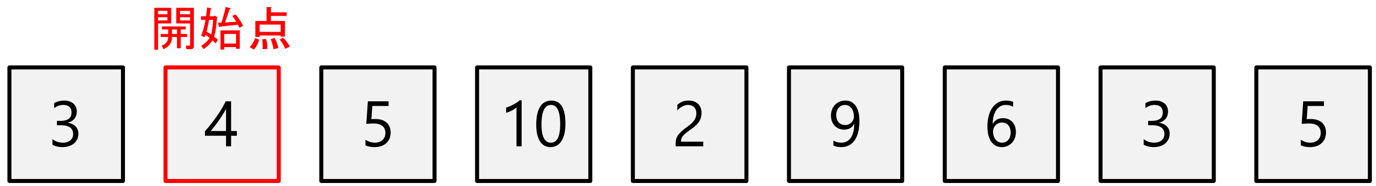
- 部分列の個数：$\frac{n(n+1)}{2}$.
- 部分列ごとの総和に必要な加算回数（平均）：$\frac{n}{3}$.
  - 工夫すれば減らせる.
- 全体の計算量：$\frac{n^3}{6}$
  - 部分列の総和計算を工夫しても $O(n^2)$ の計算量.

- 最大で $n = 10^5$ なので，1秒では解けなさそうである.

しゃくとり法による効率的な求め方 [1/8]

洞察 [1]

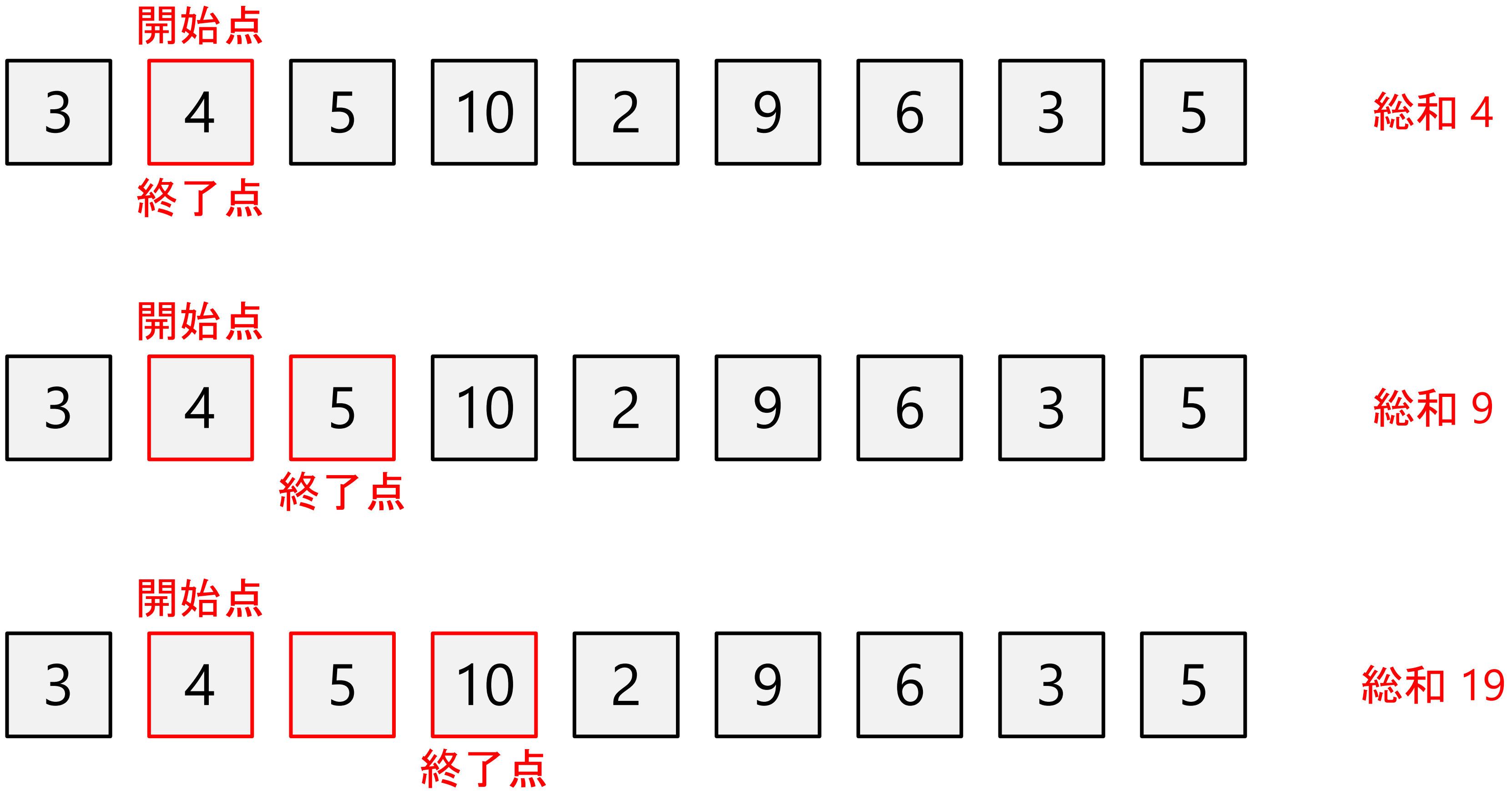
- 開始点を適当に固定する（以下の例では a_1）．



しゃくとり法による効率的な求め方 [2/8]

洞察 [1]（続き）

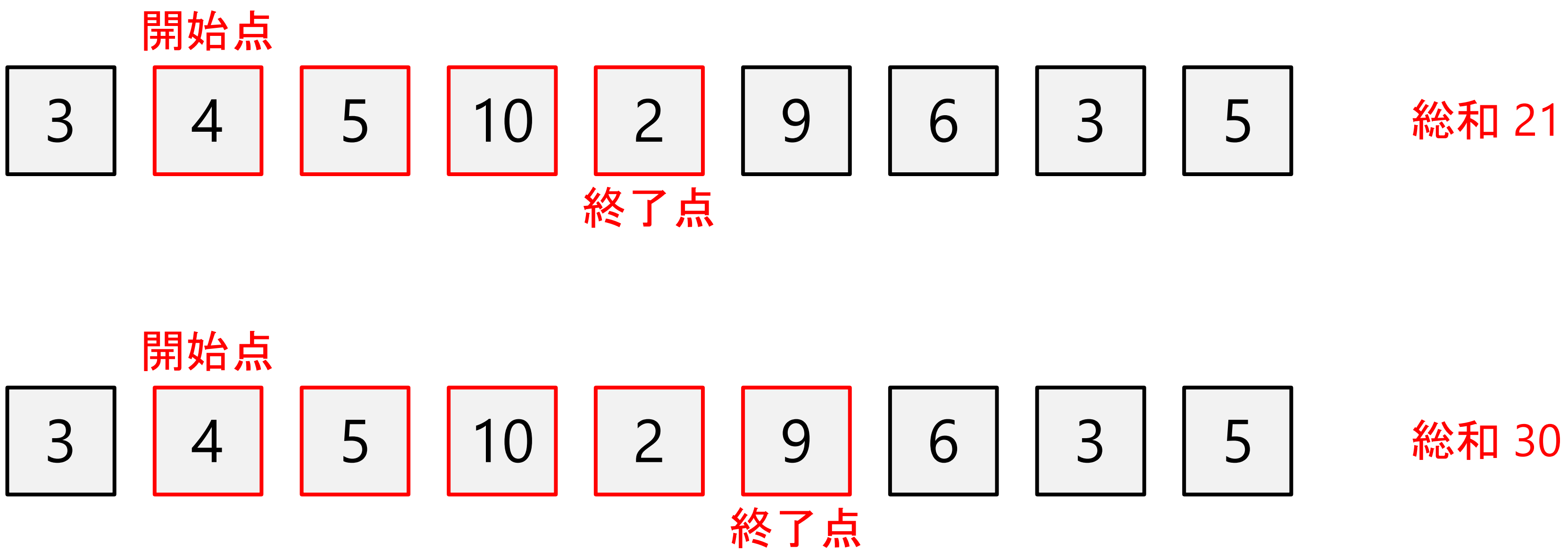
- 終了点を開始点から初めて順に後ろに動かしていく．動かしながら，総和を計算する．



しゃくとり法による効率的な求め方 [3/8]

洞察 [1]（続き）

- あるところで部分列の総和が S 以上となる（以下の例は $S = 20$）．
- 終了点がそれよりも後ろでは，総和は S 以上となるものの，部分列の長さは最小にはならない．
- したがって，その開始点での部分列の中では，はじめて総和が S 以上となったものが長さ最小の部分列である．



しゃくとり法による効率的な求め方 [4/]

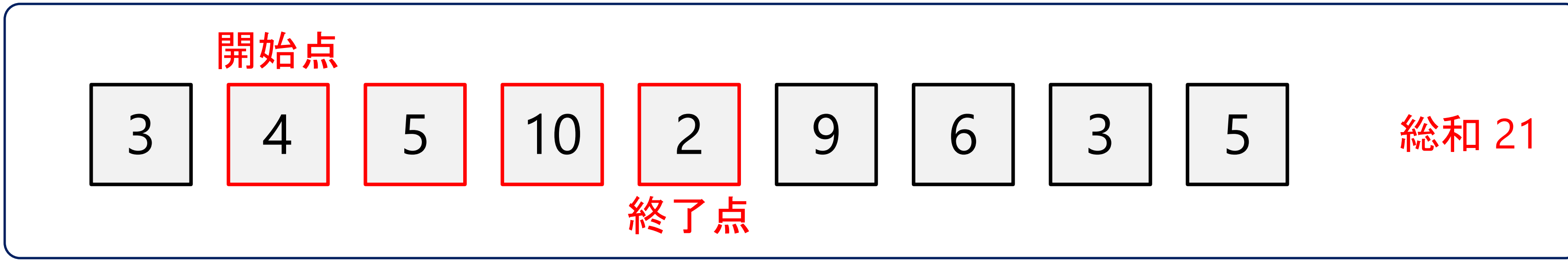
	開始点								
3	4	5	10	2	9	6	3	5	総和 21
				終了点					

洞察 [2]

- 開始点を一つ後ろに移動させる（以下の例では a_2）．

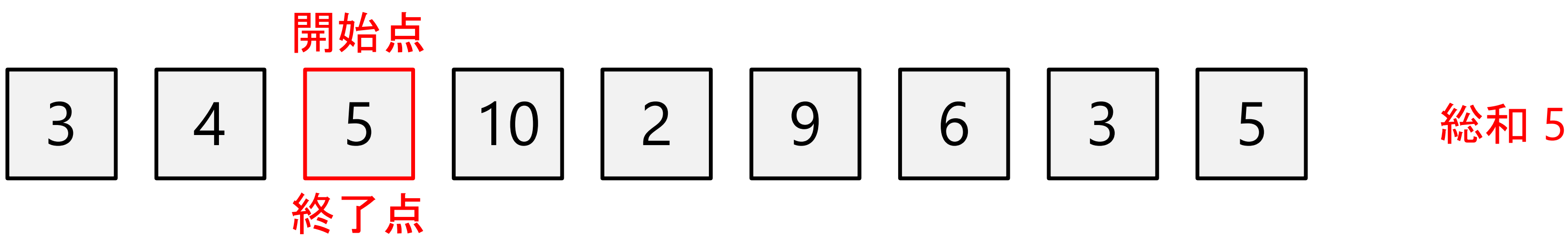
		開始点						
3	4	5	10	2	9	6	3	5

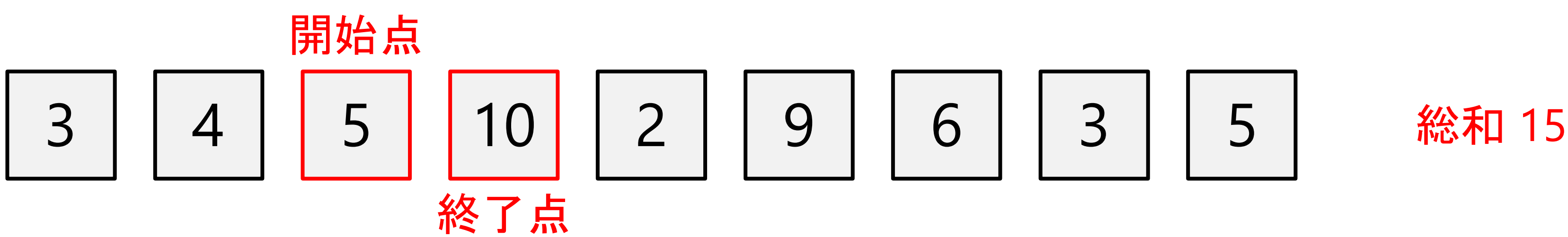
しゃくとり法による効率的な求め方 [5/8]



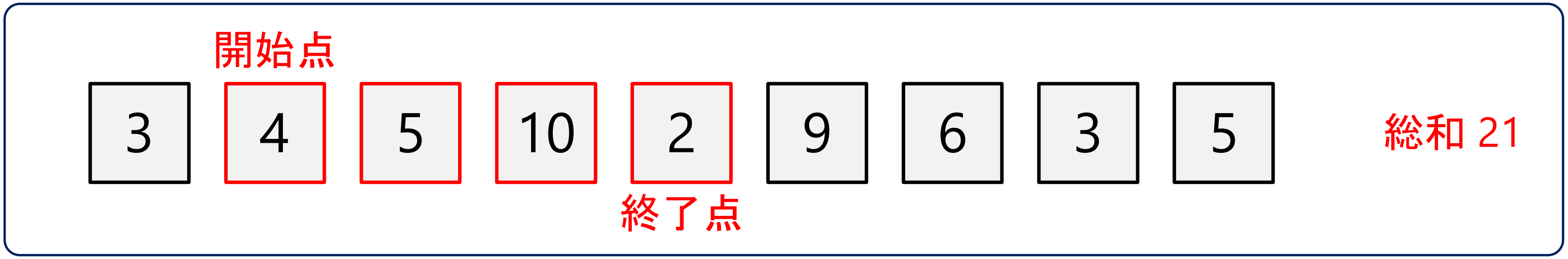
洞察 [2]（続き）

- 一つ前の開始点で最短部分列の終了点（この例では「2」）よりも手前を終了点とする部分列の総和は S 以上となることはない.



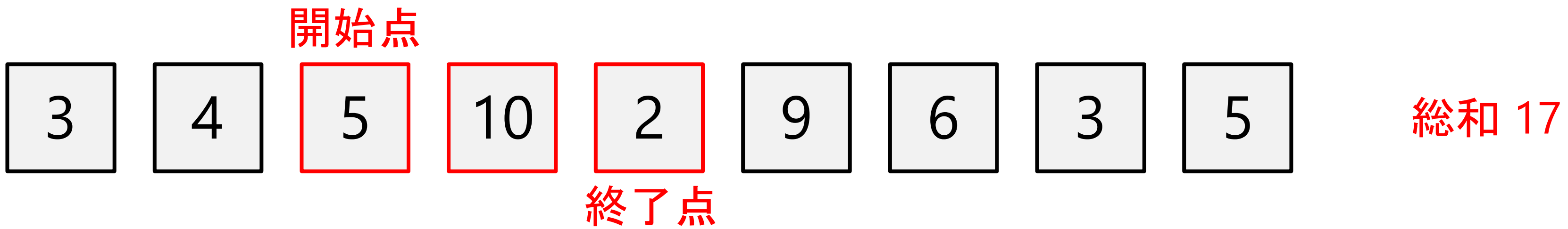


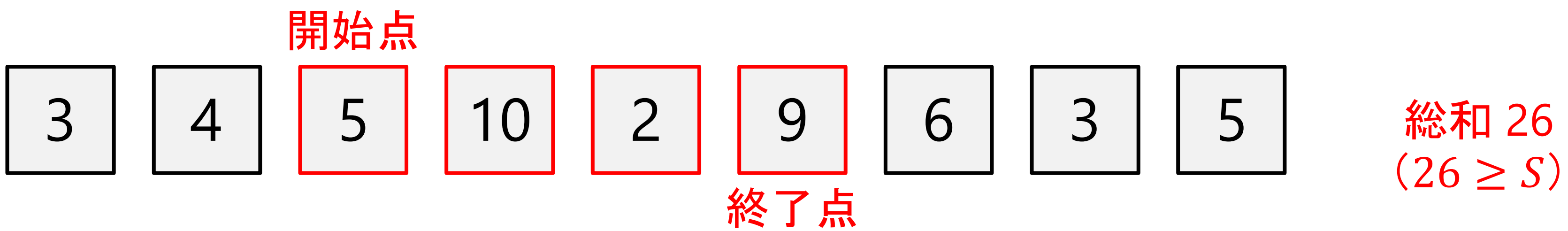
しゃくとり法による効率的な求め方 [6/8]



洞察 [2]（続き）

- したがって，終了点の探索は，一つ前の開始点での最短部分列の終了点から始めれば良い．

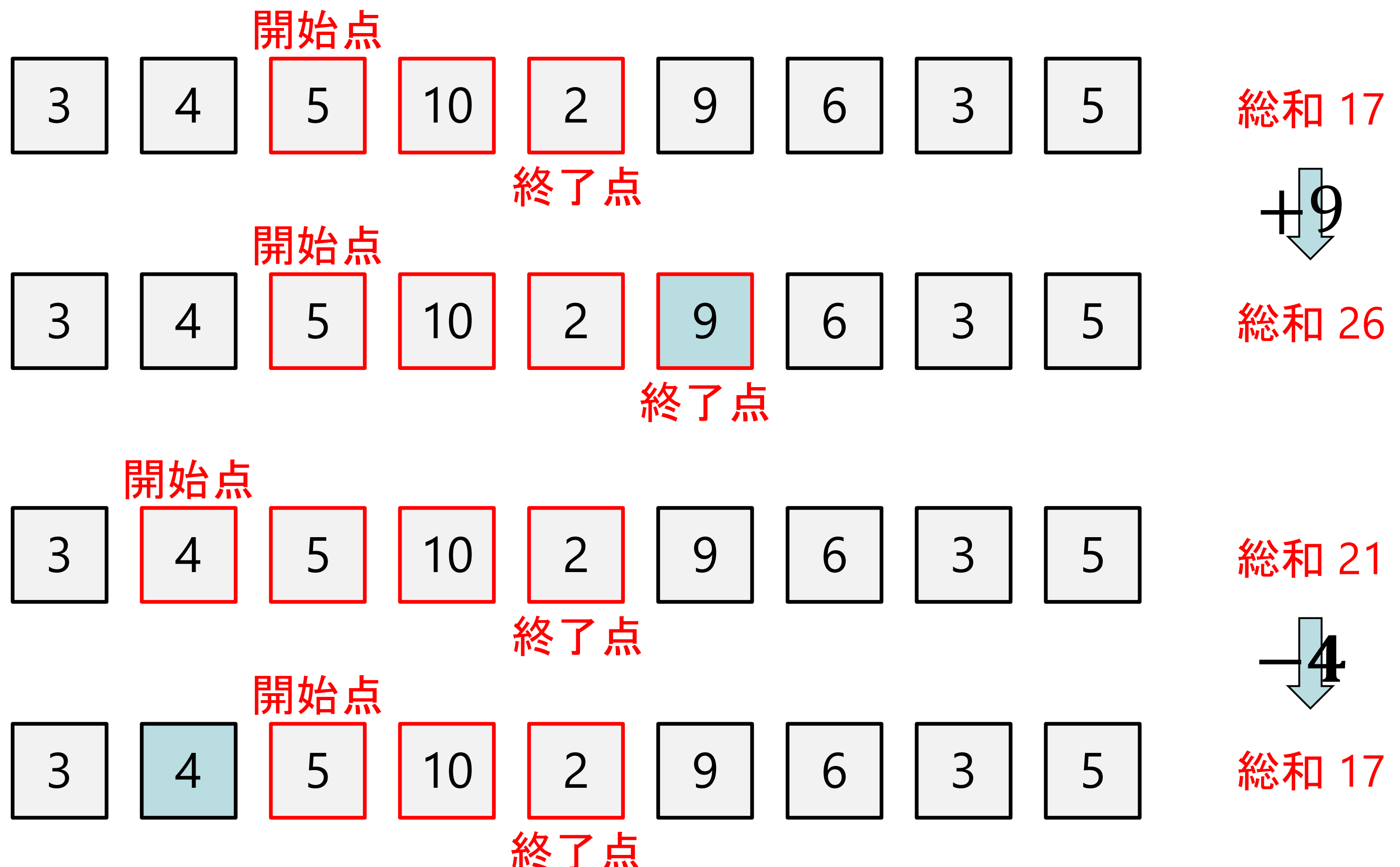




しゃくとり法による効率的な求め方 [7/8]

洞察 [3]

- 部分列の総和計算は差分のみを計算すれば良い.
- したがって，部分列あたりの加減算1回で済む.



しゃくとり法による効率的な求め方 [8/8]

- 洞察 [1]—[3] に基づき，右図のように部分列の総和を調べるのがしゃくとり法である（しゃくとり虫にちなむと思われる）．

- 全体の計算量：$O(n)$
  - 調べるべき部分列の数：$2n$ 以下．
  - 各部分和の総和計算量：1

参考文献

- 秋葉拓哉，他，「プログラミングコンテストチャレンジブック 第2版」，マイナビ出版，2012.